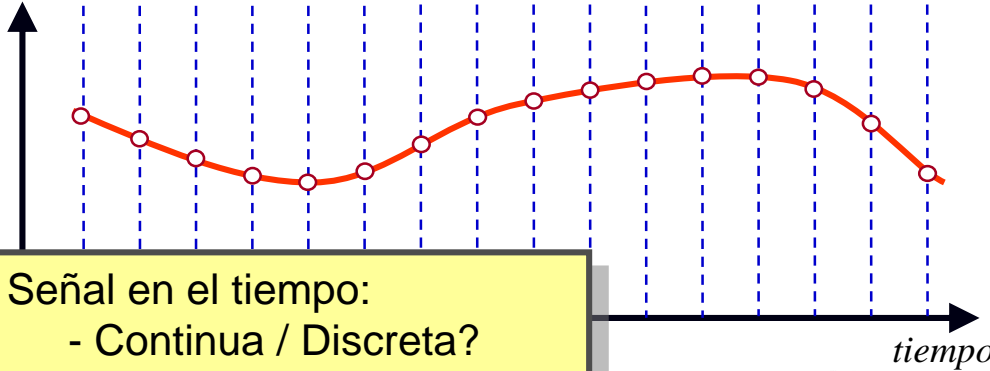




# Transformada de Fourier

## Transformada de Fourier



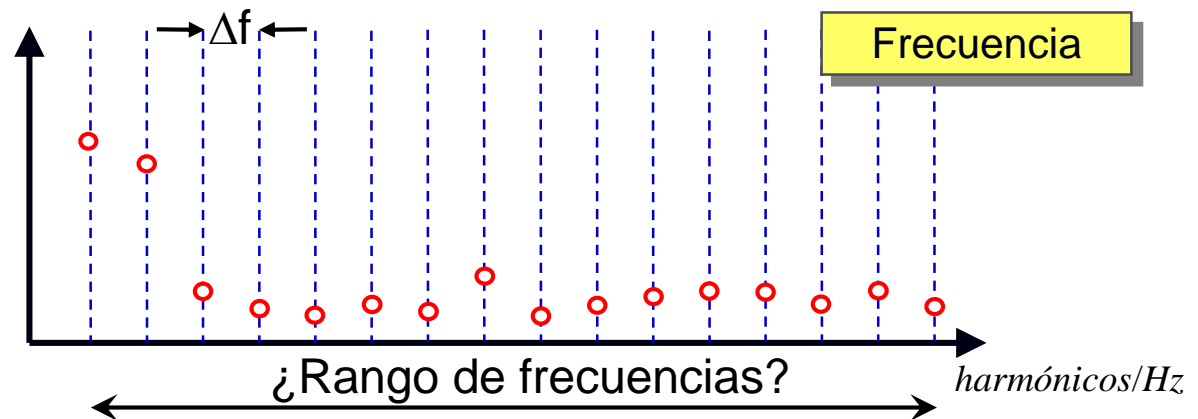
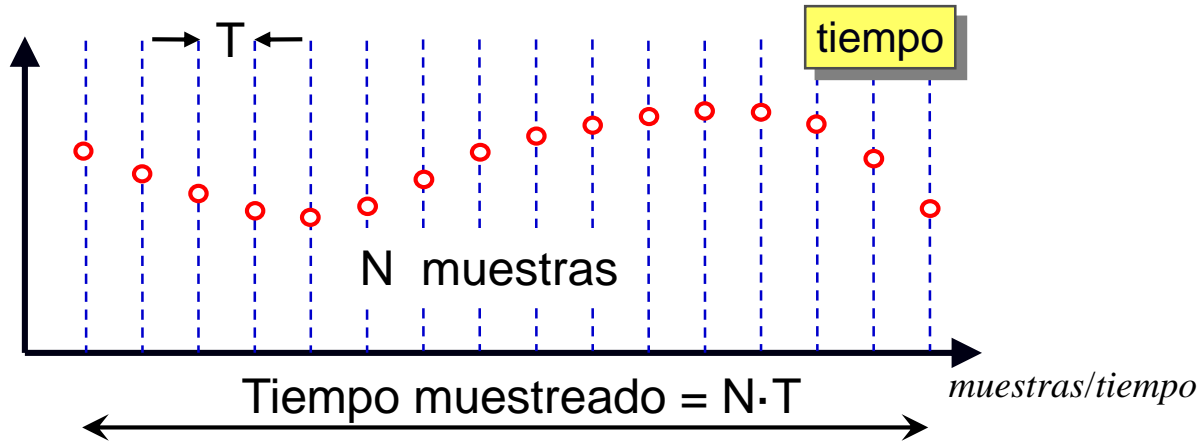
Señal en el tiempo:

- Continua / Discreta?
- Periódica / no periódica?

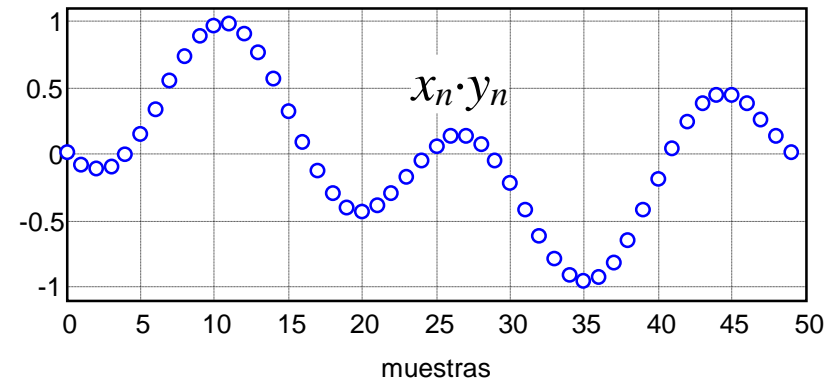
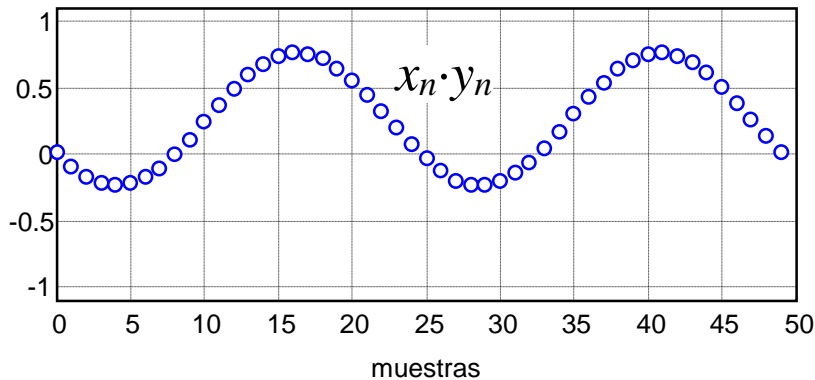
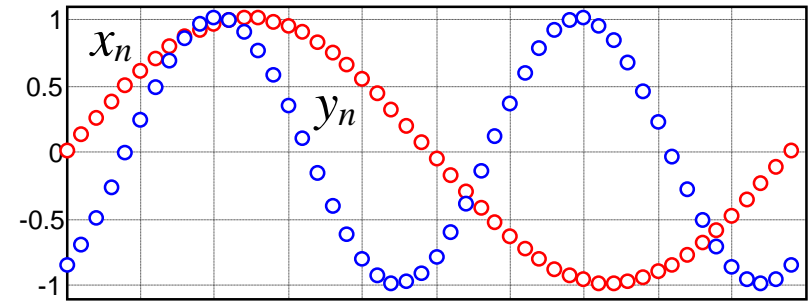
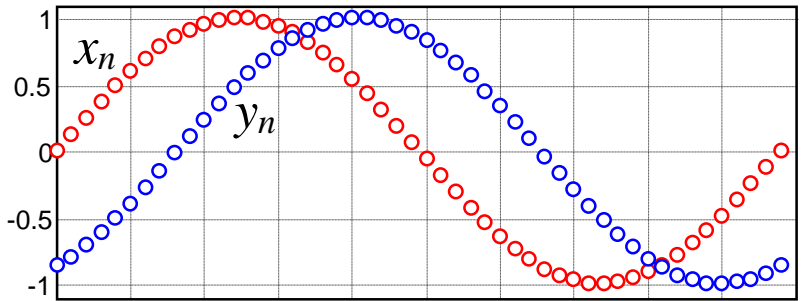
	Continuous in time	Discrete in time - Periodic in frequency
Continuous in frequency	$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$ $F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$ <p><b>Fourier transform</b></p>	$f(k) = \frac{t_0}{2\pi} \int_{-\pi/t_0}^{\pi/t_0} F(e^{j\omega t_0}) e^{jk\omega t_0} d\omega$ $F(e^{j\omega t_0}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k) e^{-jk\omega t_0}$ <p><b>Discrete-time Fourier transform</b></p>
Discrete in frequency - Periodic in time	$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(n) e^{jn\omega_0 t}$ $F(n) = \frac{\omega_0}{2\pi} \int_{-\pi/\omega_0}^{\pi/\omega_0} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$ <p><b>Fourier series</b></p>	$f(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} F(n) (e^{j2\pi/N})^{kn}$ $F(n) = \sum_{k=0}^{N-1} f(k) (e^{j2\pi/N})^{-kn}$ <p><b>Discrete Fourier transform</b></p>

## Transformada Discreta de Fourier (DFT)

- Asume que la señal es discreta y periódica en el intervalo considerado (N muestras)



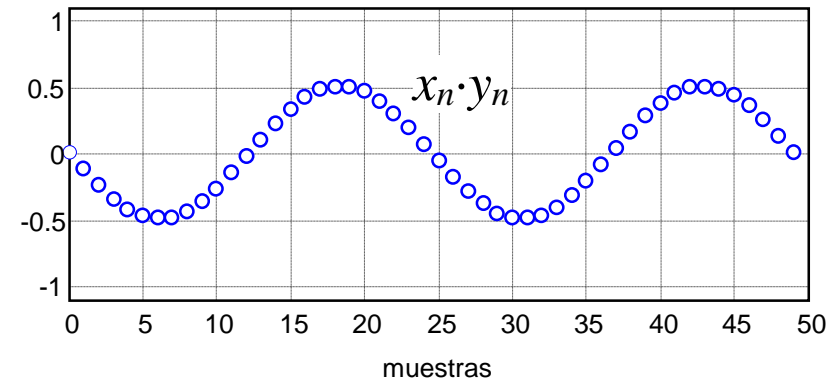
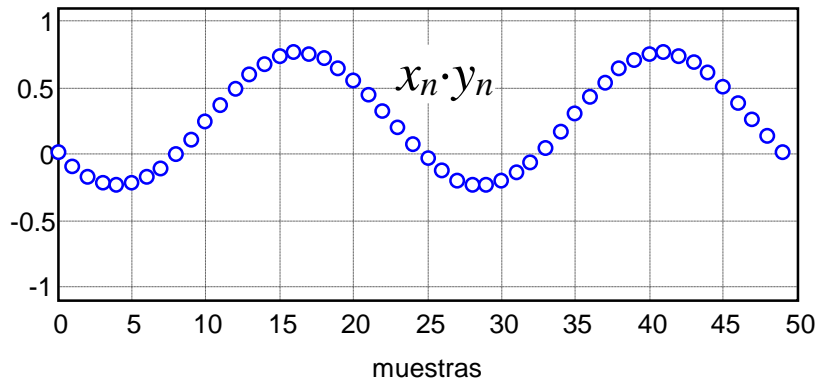
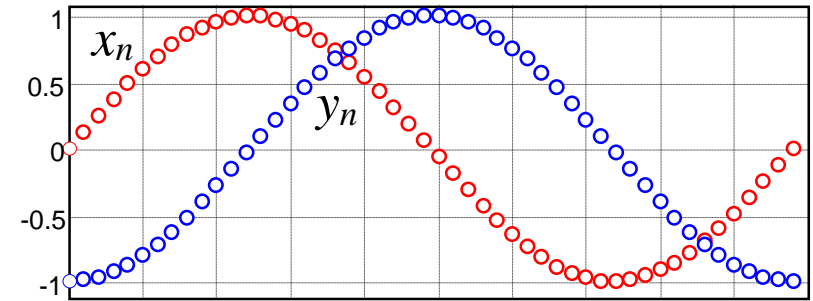
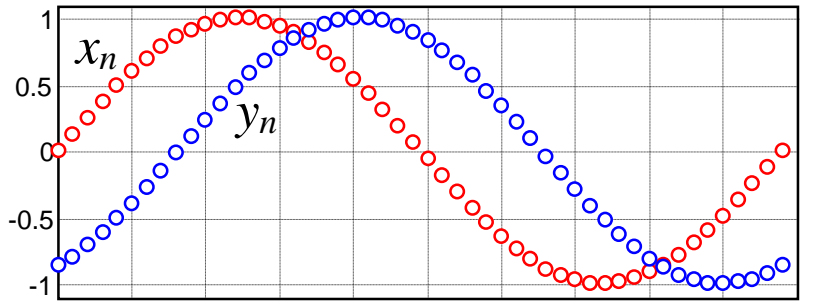
## Transformada Discreta de Fourier (DFT)



$$¿ \sum_{n=1}^{N-1} x_n \cdot y_n ?$$

$$¿ \sum_{n=1}^{N-1} x_n \cdot y_n ?$$

## Transformada Discreta de Fourier (DFT)



$$j \sum_{n=1}^{N-1} x_n \cdot y_n ?$$

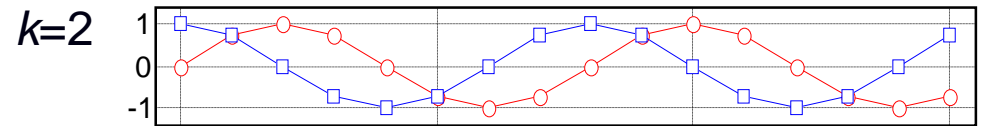
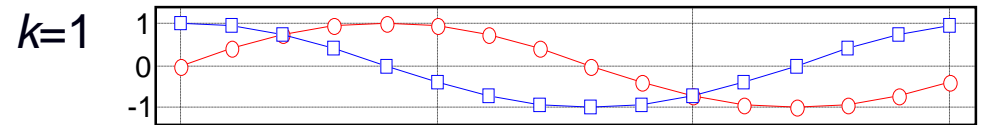
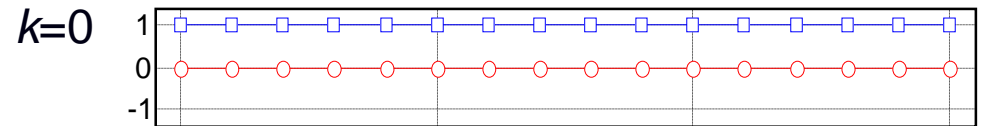
$$j \sum_{n=1}^{N-1} x_n \cdot y_n ?$$

## Transformada Discreta de Fourier (DFT)

Transformada Discreta de Fourier: 
$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-j(2\pi/N) \cdot k \cdot n} \quad , \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

Fórmula de Euler: 
$$e^{-j(2\pi/N) \cdot k \cdot n} = \cos((2\pi/N) \cdot k \cdot n) - j \sin((2\pi/N) \cdot k \cdot n)$$

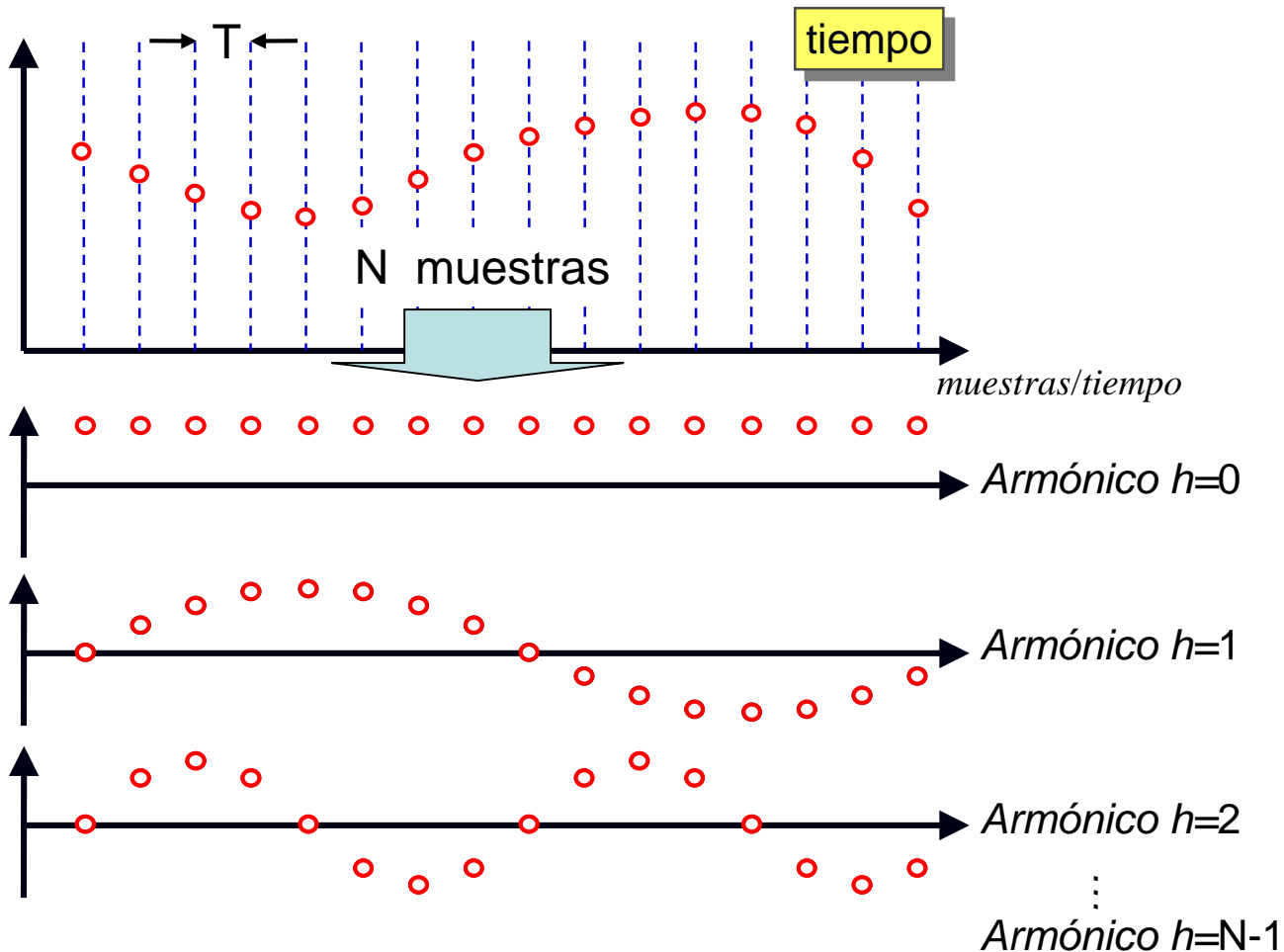
ej. N=16



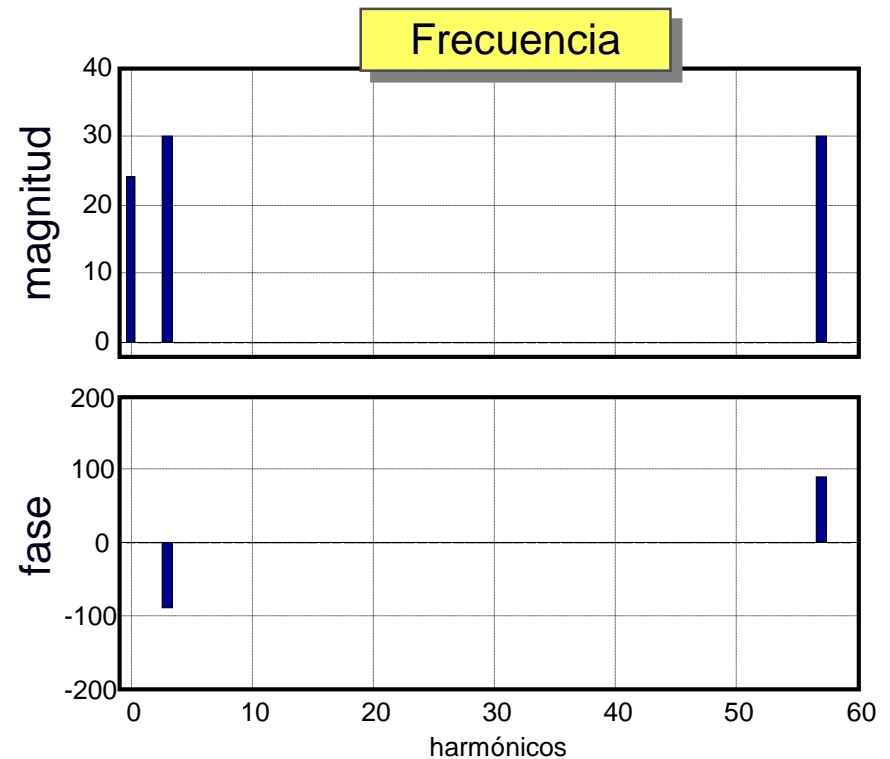
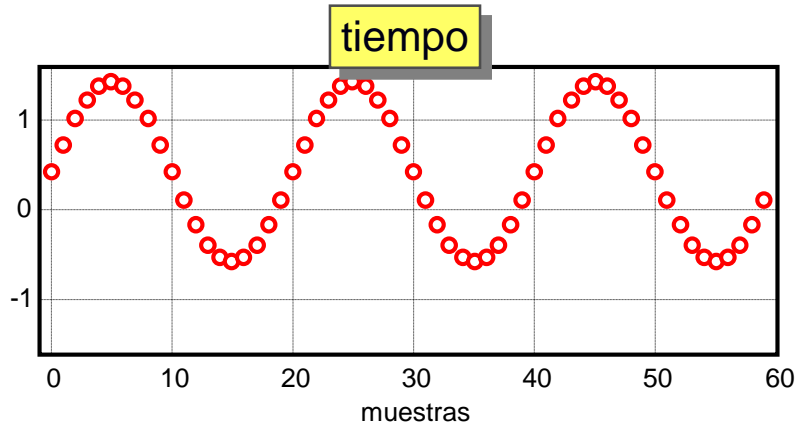
Transformada inversa de Fourier 
$$x_n = \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j(2\pi/N) \cdot k \cdot n} \quad , \quad n = 0, 1, \dots, N-1$$

## Transformada Discreta de Fourier (DFT)

- Asume que la señal es discreta y periódica en el intervalo considerado (N muestras)



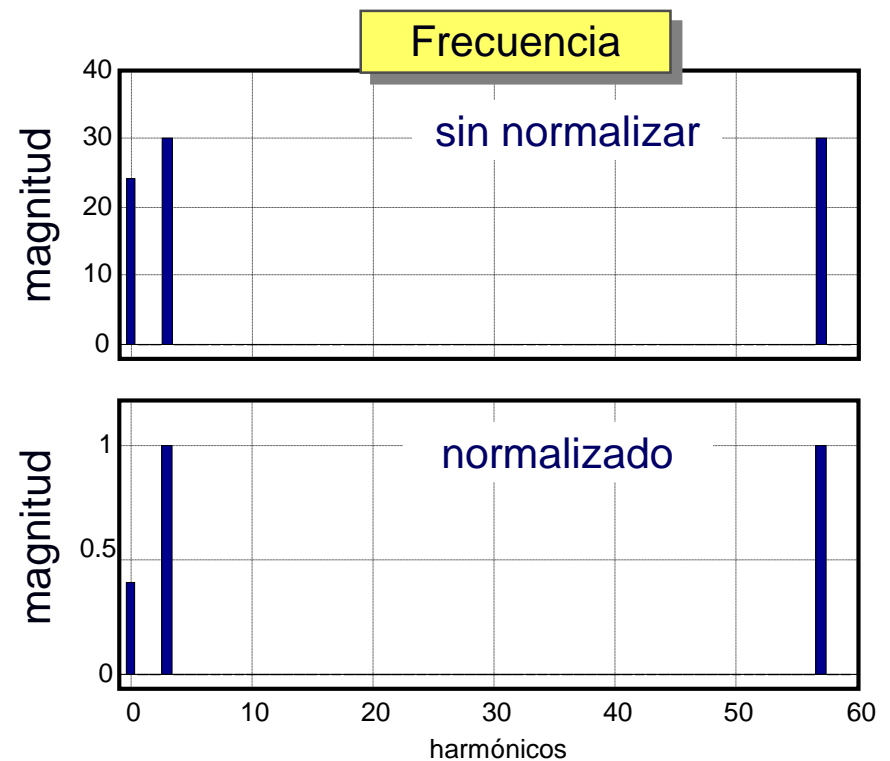
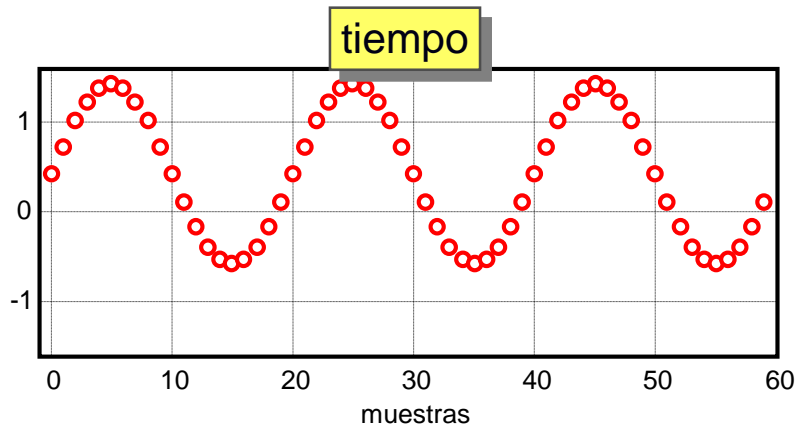
## DFT – relación tiempo frecuencia



- La DFT de una secuencia de  $N$  elementos es otra secuencia de  $N$  elementos.
- Cada elemento de la DFT es un número complejo. Se puede representar bien en forma de parte real-parte compleja ó en forma módulo-argumento (magnitud-fase).
- Si la secuencia en el tiempo es real, es espectro muestra una simetría *especular*  $\Rightarrow$  es suficiente considerar los primeros  $N/2+1$  elementos (armónico 0 a  $N/2$ ).

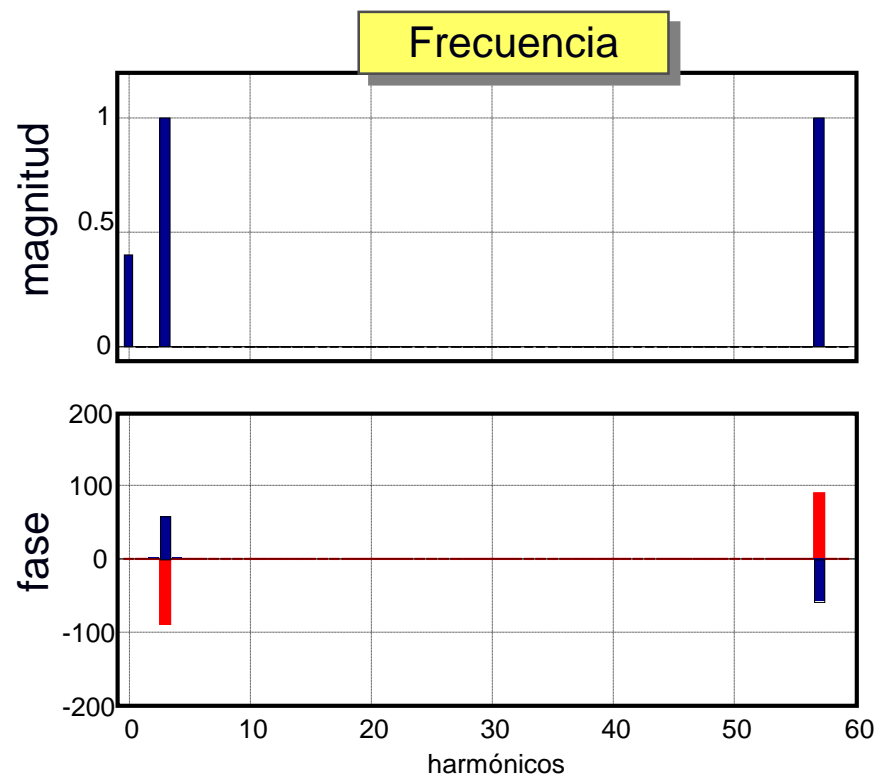
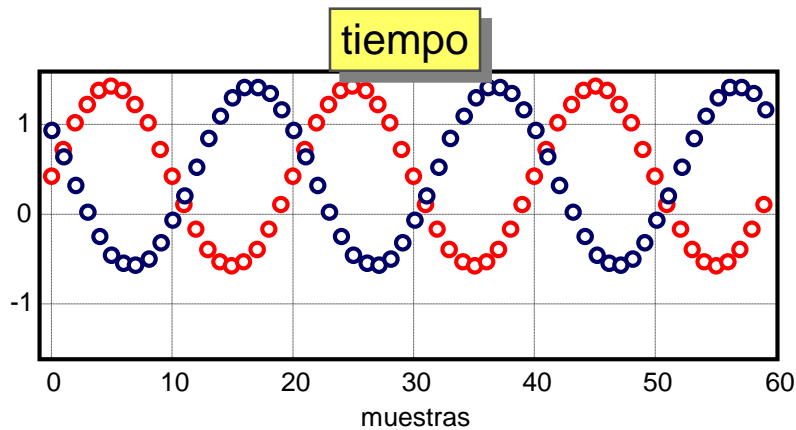


## DFT – relación tiempo frecuencia



- A menudo es útil que la magnitud de los armónicos del espectro coincidan con el valor de pico de la componente senoidal correspondientes en el tiempo  $\Rightarrow$  se realiza una normalización del espectro.
- Si la secuencia en el tiempo es real, la magnitud se normaliza dividiendo por  $N/2$ , excepto los armónicos 0 y  $N/2$ , que se dividen por  $N$ .

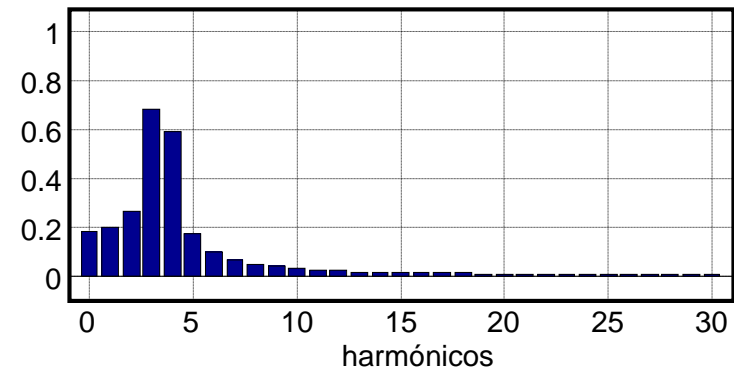
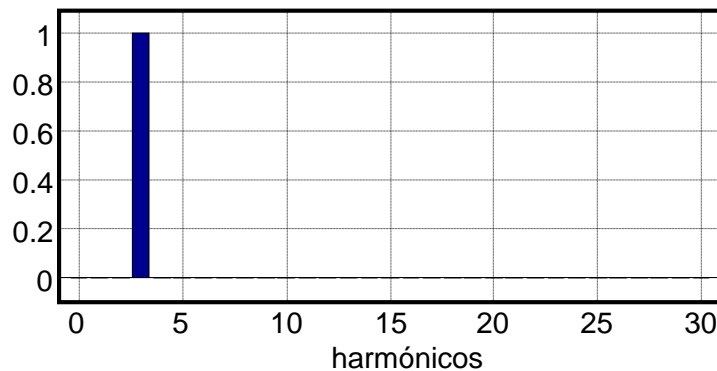
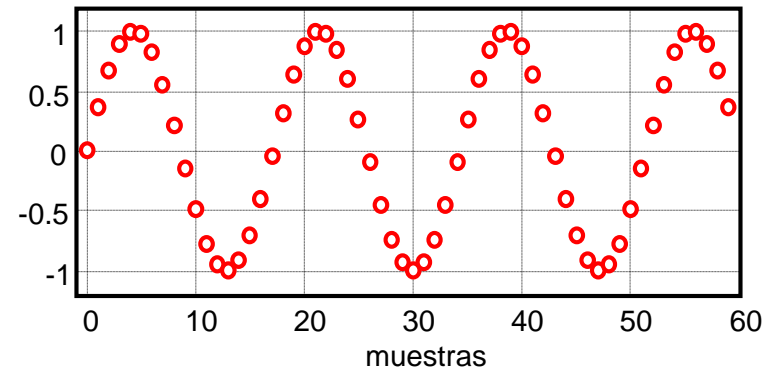
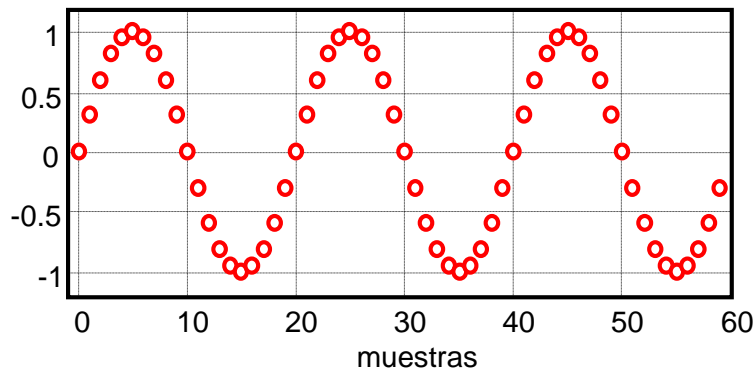
## DFT – relación tiempo frecuencia



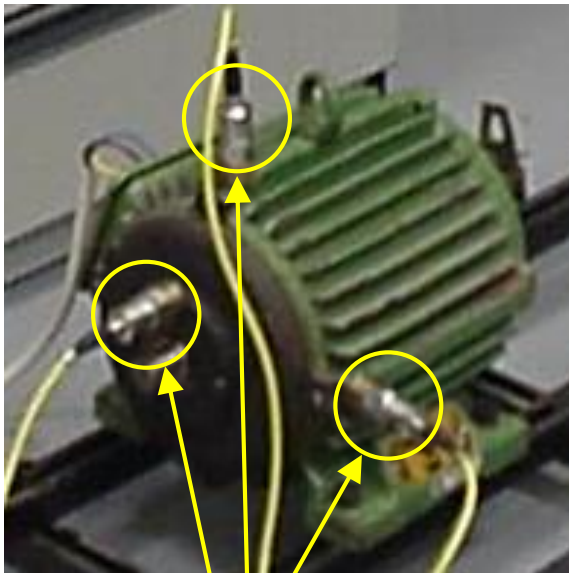
- Asumiendo que la señal en el tiempo es periódica en el intervalo analizado, desplazar la señal en el tiempo produce una variación en las fase del espectro.
- Desplazar la señal no afecta a la magnitud.

## Dispersión espectral

- Se produce cuando la señal no es periódica en el intervalo ( $N$  muestras) considerado. La señal (o sus componentes) no se corresponde exactamente con las frecuencias en las que queda dividido el espectro, con lo que sus componentes espectrales se *dispersan*.
- Este efecto se puede mitigar mediante el uso de ventanas de *suavizado*



## Ejemplo: análisis de vibraciones de máquinas rotativas



Acelerómetros

